PRUEBA DE CUARTO GRADO.

PROBLEMA 1.

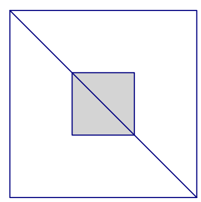
Francisco tiene 10 cajas y 44 monedas. Quiere poner las monedas en las cajas repartiéndolas de modo que cada caja contenga un número distinto de monedas. ¿Puede hacerlo? Si puede, muestra como lo logra; si no, explica por qué no puede.

PROBLEMA 2.

Bruno, Carla, Daniela y Aldo, juegan con la calculadora. Se inicia con la calculadora en el número 1, en seguida Bruno suma 5, Carla resta 3, Daniela suma 9 y Aldo resta 7. Siguen, en el mismo orden y realizando las mismas operaciones, hasta obtener 2006. ¿Quién hace la última operación? ¿Cuántas operaciones hizo cada uno?

PROBLEMA 3.

En la figura, el área del cuadrado de mayor tamaño es igual a 27 m^2. Una de sus diagonales se divide en tres segmentos de la misma longitud. El segmento central es la diagonal del cuadrado sombreado. ¿Cuál es el área de este último cuadrado?

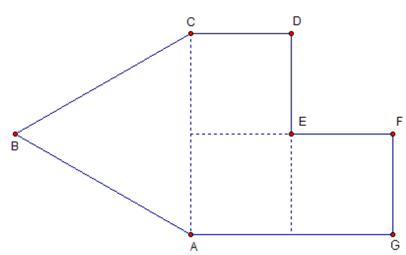


PROBLEMA 4.

Se escriben los números naturales del 1 al 2006. ¿Cuántas veces aparece escrito el dígito 2?

PROBLEMA 5.

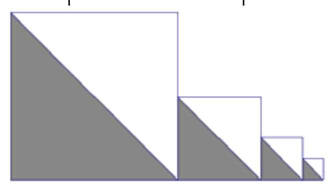
En la figura los tres cuadrados son iguales, el perímetro de cada uno es de 28cm y el triángulo ABC es equilátero. ¿Cuál es el perímetro de la figura ABCDEFG?



PRUEBA DE QUINTO GRADO.

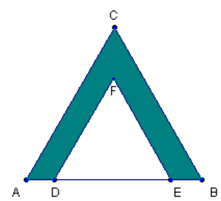
PROBLEMA 1.

La figura mostrada está formada por 4 cuadrados. Cada cuadrado a partir del segundo tiene lado igual a la mitad del lado del cuadrado anterior. ¿Qué proporción de la superficie del cuadrado grande representa la superficie del área sombreada?



PROBLEMA 2.

Los triángulos ABC y DEF son equiláteros. El triángulo ABC tiene 81cm de perímetro. El lado DE mide dos terceras partes de lo que mide AB y AD es igual a EB. Hallar el perímetro de la zona sombreada.



PROBLEMA 3.

Con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 6, Pepito escribe sólo los números de cuatro cifras distintas en los cuales el número formado por las dos últimas cifras (decenas y unidades) es divisible por el dígito que ocupa el lugar de las centenas. Por ejemplo escribiría 6123, porque 23 es divisible por 1; pero no 6423, porque 23 no es divisible por 4.

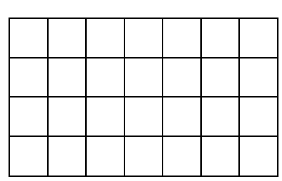
¿Cuántos números distintos puede escribir Pepito?

PROBLEMA 4.

Mirta, Alicia e Inés leyeron un mismo libro de menos de 300 páginas. Mirta leyó 7 páginas el primer día y el resto a 10 páginas por día. Alicia leyó 2 páginas el primer día y el resto a 11 páginas por día. Inés leyó 5 páginas el primer día y el resto a 9 páginas por día. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

PROBLEMA 5.

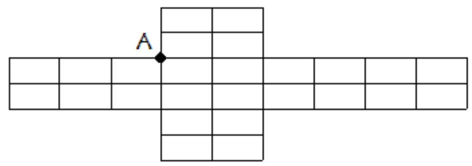
¿Cuántos cuadrados distintos de lados verticales y horizontales se pueden formar en la siguiente figura?



PRUEBA DE SEXTO GRADO.

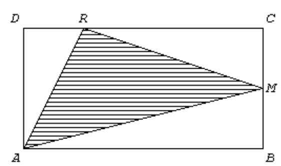
PROBLEMA 1.

En la siguiente figura, ¿cuántos rectángulos se pueden formar de tal manera que uno de sus vértices sea A?



PROBLEMA 2.

El rectángulo ABCD mostrado tiene 32 cm^2 de área. Si M es el punto medio del lado BC y si el lado AB es el doble del lado AD y si además, el segmento DR tiene la misma medida del segmento MB, ¿Cuál es el área del triángulo ARM?



PROBLEMA 3.

¿Cuántos números impares de 4 dígitos menores que 6765 son divisibles por 5? Encuentra un método que te permita hallar la solución sin necesidad de listar todos los números.

PROBLEMA 4.

Arnoldo tiene 27 monedas no distinguibles, 26 de igual peso y una más pesada. Para pesarlas se utiliza una balanza de dos platos. Argumente cuál es el número mínimo de veces que debemos usar la balanza para estar seguros de encontrar la moneda de peso diferente.

PROBLEMA 5.

Consideremos 48 canicas repartidas en tres montones A, B y C de manera que si del montón A pasamos al B tantas canicas como hay en el B, luego del B pasamos al C tantas canicas como hay en el C y del C pasamos al A tantas como existen ahora en el A, tendremos el mismo número de canicas en cada montón. ¿Cuántas canicas había al principio en el montón A?

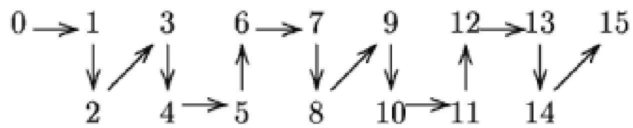
PRUEBA DE SÉPTIMO GRADO.

PROBLEMA 1.

Mamá compró una caja llena de chocolates. Todos los chocolates son iguales y tienen forma de cubo. Sara se comió todos los del piso de arriba, que eran 77. Después se comió 55, que eran los que quedaban en un costado. Después se comió los que quedaban enfrente. ¿Cuántos chocolates quedaron en la caja?

PROBLEMA 2.

Los números enteros del 0 al 2006 se escriben y se dibujan flechas entre ellos, con el siguiente patrón:



Sin escribir toda la secuencia, determine la sucesión de flechas que llevan del 1997 al 2006.

PROBLEMA 3.

Aquiles y la Tortuga se encuentran en esquinas opuestas de un tablero de 5x5. Entre ellos se desarrolla un juego con las siguientes reglas:

(i) Cada uno puede moverse de una casilla a otra adyacente (en diagonal no). En cada jugada Aquiles hace 3 movimientos consecutivos y la Tortuga 2 movimientos. Cada uno puede adelantar y regresar en cada movimiento.

(ii) Gana aquel que al final de su jugada llegue justo a la casilla de su adversario.

(iii) La Tortuga juega primero.

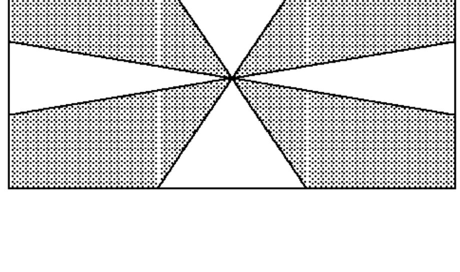
Determine si uno de los dos puede asegurarse la victoria y cómo.

PROBLEMA 4.

Se realiza la suma $1 + 2 + 3 + \ldots + 98$, obteniendo un número S. ¿Es posible obtener 2006 en lugar de S intercambiando algunos signos de suma por signos de resta? Si es posible, muestre la forma de lograrlo, si no, argumente por qué es imposible.

PROBLEMA 5.

Cada lado de un rectángulo se divide en tres segmentos de la misma longitud; los puntos resultantes se unen de forma que obtenemos un punto en el centro, como se indica en la figura. ¿Cuánto es el cociente del área de la parte blanca entre el área de la parte gris?



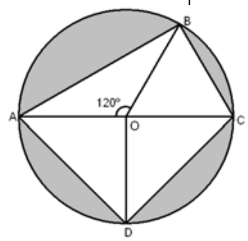
PRUEBA DE OCTAVO GRADO.

PROBLEMA 1.

Juan y María viven en un edificio que tiene 10 apartamentos en cada piso. El apartamento de Juan está en el piso cuyo número coincide con el número del apartamento de María, y la suma de los números de los apartamentos es 239. Encuentre el número del apartamento de Juan.

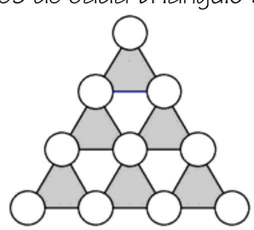
PROBLEMA 2.

En el círculo de centro O y radio 10cm, AC es un diámetro, OD es perpendicular a AC y el ángulo AOB es igual a 120º. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?



PROBLEMA 3.

En la figura llene los círculos vacíos con los números 0, 1, 2,…, 9 de tal forma que las sumas de los números en los vértices de cada triángulo sombreado sean iguales.



PROBLEMA 4.

Tom y Jerry juegan de la siguiente manera: en cada turno un jugador puede restar al número natural N cualquiera de los dígitos de su representación decimal, siempre que éste sea diferente de cero. El resultado de esta operación es el nuevo número N. Un jugador gana cuando consigue que N sea igual a cero. El N inicial es 2006 y Tom hace el primer movimiento. ¿Qué jugador puede asegurar la victoria?

PROBLEMA 5.

En una cuadrícula 10x10 se colocan 50 fichas, 25 de ellas en la cuadrícula que forman las primeras cinco filas y primeras cinco columnas y las 25 restantes en la cuadrícula que forman las últimas cinco filas y últimas cinco columnas. Cada ficha puede saltar sobre cualquiera de sus fichas vecinas horizontal, vertical o diagonalmente hacia el próximo cuadrado, si este está vacío. ¿Es posible que después de una serie de estos saltos las fichas ocupen únicamente la mitad izquierda de la cuadrícula?

PRUEBA DE NOVENO GRADO.

PROBLEMA 1.

Los números 11095, 12006, 10959 tienen lo siguiente en común: son números de cinco dígitos, comienzan con el dígito uno, tienen exactamente dos dígitos iguales y los tres restantes diferentes entre si. ¿Cuántos de estos números existen?

PROBLEMA 2.

Se sabe que $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{100}$ están en progresión aritmética de diferencia 1, es decir que cada término es igual al término anterior aumentado en uno; por ejemplo: $a_{19} = a_{18} + 1$. Además si $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \ldots + a_{99} = 2006$, determine el valor de $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \ldots + a_{100}$.

PROBLEMA 3.

Encuentre el valor exacto, expresado como una fracción, de:

$$\frac{(2^3-1)(3^3-1)(4^3-1)(5^3-1)\ldots(2006^3-1)}{(2^3+1)(3^3+1)(4^3+1)(5^3+1)\ldots(2006^3+1)}$$

PROBLEMA 4.

En una circunferencia la longitud del diámetro AB es un número entero de dos dígitos, al escribir los números al revés obtenemos la longitud de la cuerda CD que es perpendicular a AB. El punto de la intersección de AB y CD es H, la distancia de H al centro O de la circunferencia es un número racional. Determine la longitud de AB.

PROBLEMA 5.

Se utilizan tres colores para pintar cada punto de coordenadas enteras del plano cartesiano, asegurando que exista al menos un punto pintado de cada color. Demuestre que siempre se puede encontrar un triángulo rectángulo cuyos vértices tienen los tres colores diferentes.

PRUEBA DE PRIMERO DE BACHILLERATO.

PROBLEMA 1.

Dado el cuadrado ABCD, encuentre todos los puntos P interiores al cuadrado tales que el área del cuadrilátero ABCP es igual al triple del área del cuadrilátero APCD.

PROBLEMA 2.

Encuentre todos los posibles pares de enteros positivos (x , y) tales que ni x ni y tienen un factor primo mayor que 5, y que además son solución de la ecuación $X^2 - y^2 = 2^{100}$.

PROBLEMA 3.

En el plato derecho de una balanza hay una bolsa que pesa 11,111 gramos. Una persona coloca pesas en uno u otro plato de la balanza; la primera pesa es de un gramo, y cada pesa colocada tiene el doble del peso de la anterior, es decir, las pesas son sucesivamente de 1, 2, 4, 8,… gramos. En algún momento los platos de la balanza se equilibran. Determine y argumente en qué plato está la pesa de 16 gramos, el derecho o el izquierdo.

PROBLEMA 4.

¿Cuántos números enteros entre 1 y 1000 inclusive pueden escribirse como la suma de un múltiplo positivo de 7 más un múltiplo positivo de 4?

PROBLEMA 5.

Diremos que dos números están concatenados cuando uno se escribe a continuación del otro, por ejemplo al concatenar 200 y 6 se obtiene 2006 y al concatenar 6 y 200 se obtiene 6200. Encuentre dos números de 6 dígitos tales que al concatenarlos el número resultante es divisible por su producto.