



XIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA 2013



EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y LA UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR INVITAN A LAS Y LOS JOVENES DEL SISTEMA EDUCATIVO NACIONAL A PARTICIPAR EN LA XIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

DE LA PRUEBA:

La prueba será administrada para estudiantes que cursen desde cuarto grado hasta primer año de bachillerato. El estudiante deberá trabajar la prueba que corresponde al grado que cursa en el año 2013 o pruebas de grados superiores. En ningún caso se tomarán en cuenta soluciones a problemas propuestos de un grado inferior al grado que cursa el estudiante.

- No habrá restricciones a la participación de estudiantes que pertenezcan a un grado inferior al cuarto.
- Se evaluarán soluciones parciales a los problemas.
- La participación de todo estudiante será válida únicamente si el desarrollo de la prueba es producto sólo de su propio esfuerzo. Puede, sin embargo, hacer uso de toda la bibliografía impresa y electrónica de que disponga.
- Para la participación en la Olimpiada no es indispensable enviar la solución de los cinco problemas del grado correspondiente.
- Cada problema desarrollado deberá ser entregado en hojas separadas, numeradas y con su nombre.
- Las soluciones a cada uno de los problemas deberán estar redactadas con la mayor claridad, sin tachaduras y lo más aseado posible.
- Para la solución de los problemas de esta prueba, lo fundamental será la argumentación utilizada para lograrla. En tal sentido, aquellas participaciones en las que sólo aparezcan las respuestas, no serán tomadas en cuenta. Para los problemas de geometría, no serán válidas las soluciones obtenidas como resultado de medir directamente en los gráficos.
- Las soluciones deberán ser redactadas con bolígrafo o pluma. No se aceptarán soluciones a lápiz. En ningún caso se aceptarán fotocopias de soluciones. Serán anuladas todas las participaciones de quienes envíen soluciones idénticas.

PROCEDIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA DÉCIMA TERCERA OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA:

El alumno deberá resolver los problemas de la prueba del grado que escoja en el período del **10 al 18 febrero**, registrarse e iniciar sesión en el sitio web www.jt.ues.edu.sv/onm para registrar sus datos personales. Además deberá imprimir dos copias del comprobante de registro para presentarlo junto con las soluciones de los problemas publicados en las oficinas de la Dirección Departamental correspondiente del Ministerio de Educación, a más tardar el día martes **19 de febrero**, a las 3:00 p.m. Las soluciones deberán ser presentadas en un sobre de papel manila, cerrado y sellado que contendrá como carátula una copia del comprobante y la otra copia será firmada y entregada por la persona responsable del MINED, como constancia del material recibido.

El estudiante podrá solicitar la colaboración de sus profesores y/o del Director de la Institución para hacer llegar su examen a la Dirección Departamental correspondiente dentro del plazo previsto o para registrar sus datos personales en el sistema, las pruebas se recibirán únicamente en la correspondiente Dirección Departamental, puede consultarse en www.mined.gov.sv las direcciones y teléfonos de estas oficinas para mayor información.

LOS ESTUDIANTES DEBERÁN INGRESAR LOS SIGUIENTES DATOS:

Nombres y apellidos completos, género, fecha de nacimiento, departamento y municipio de residencia, dirección domiciliaria, sector de vivienda (urbano o rural), dirección electrónica, grado que estudia y grado al que aplica (bloque de problemas que seleccionó para resolver), nombre de alguna persona responsable, teléfono y correo electrónico.

También deberá presentar los siguientes datos del centro educativo al que pertenece: código del centro educativo, nombre, dirección, teléfono, profesor responsable: nombre, dirección domiciliaria y teléfono. Además especificar si ha pertenecido al Programa Jóvenes Talento en años anteriores.

ACERCA DE LA PRUEBA PRESENCIAL:

Las mejores participaciones de cada grado que alcancen el puntaje requerido para clasificar, deberán realizar una **prueba presencial el día 9 de marzo del presente año**, en la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad de El Salvador. Los concursantes clasificados serán notificados en su Centro Educativo y alternativamente podrán consultar los listados publicados en www.mined.gov.sv o www.jt.ues.edu.sv/onm desde el día 4 de marzo de 2013. **Para promover la participación del mayor número de instituciones, de los participantes de cada grado de cada institución, únicamente podrán ser convocados a lo sumo los mejores cinco estudiantes que alcancen el puntaje requerido para clasificar.**

Este mismo día se realizará una prueba psicológica, por lo que será necesaria la presencia de los estudiantes desde la ocho y media de la mañana hasta las cuatro de la tarde.

INGRESO AL PROGRAMA JÓVENES TALENTO:

Las mejores participaciones de la prueba presencial serán incorporadas al Programa Jóvenes Talento que el Ministerio de Educación desarrolla en cooperación con la Universidad de El Salvador y el Center for the Advancement of Hispanics in Science and Engineering Education, con sede en Washington D.C.

El Programa Jóvenes Talento tiene diferentes componentes con las cuales se pretende dar respuesta a la necesidad de descubrir y desarrollar el Talento en Matemática y Ciencias Naturales en los niveles básicos y el de inculcarles a partir de ese nivel la disciplina, el deseo de alcanzar altos niveles de excelencia académica, de desarrollarles capacidades de liderazgo y compromiso cívico. Dos de sus principales componentes son la **Academia Sabatina** y el curso de **Futuros Dirigentes Técnico Científicos**. La primera se desarrolla a lo largo del año escolar, en días sábados; el segundo es un curso intensivo de cuatro semanas que se desarrolla al finalizar el año escolar. La Academia Sabatina tiene la doble función de preparar en cursos básicos de Matemática y Ciencias Naturales al estudiante para que aproveche mejor el evento de fin de año y además la de preparar a un grupo selecto para competir en olimpiadas internacionales de Matemática, Biología, Física y Química.

La nómina de estudiantes seleccionados para pertenecer al Programa Jóvenes Talento será publicada en www.mined.gov.sv o www.jt.ues.edu.sv/onm el día **18 de marzo de 2013**.

La Academia Sabatina se inaugurará el **sábado 23 de marzo de 2013** en el auditorium de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad de El Salvador a las 10:00 a.m. y este mismo día se iniciarán las actividades académicas por la tarde.

APERTURA DEL PROGRAMA JÓVENES TALENTO EN ORIENTE:

Este año los estudiantes seleccionados para participar en la Academia Sabatina de los departamentos de San Miguel, La Unión, Morazán y Usulután, de los grados cuarto, quinto, sexto y séptimo, recibirán sus cursos en la Facultad Multidisciplinaria de Oriente de la Universidad de El Salvador.

Cuarto Grado

Problema 1.

Se sabe que dentro de las cajas hay un lápiz, un borrador, un pincel, un rotulador y un compás; un objeto en cada caja.



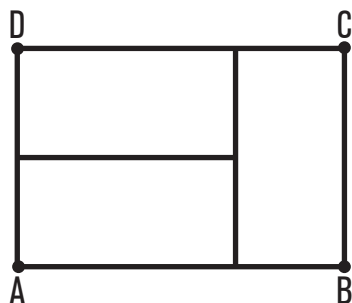
Además, sabemos que el compás y el lápiz están en cajas con número par; si se quita la caja donde está el pincel, se caerá la caja donde está el compás; si se quita la caja donde está el rotulador, se caerá la caja donde está el borrador. ¿Qué objeto está dentro de la caja?

Problema 2.

En un grupo de clases de cuarto grado, el primer día se matricularon 10 niños y 2 niñas; a partir del segundo día, se han ido matriculando 3 niños y 5 niñas diariamente. La matrícula se cerrará cuando la cantidad de niños y niñas sea igual. ¿Cuántos días duró la matrícula?

Problema 3.

Con tres rectángulos pequeños iguales entre sí, se formó el rectángulo ABCD, tal como lo muestra la figura. Si la longitud del lado BC es igual a 2 cm, determine la longitud del lado AB.



Problema 4.

Se usan palillos para formar los dígitos del cero al nueve, como lo indica la figura



Para cada número se dirá que su peso es igual al número de palillos que se utilizan para formarlo. Por ejemplo, al número uno se le asigna un peso de 3, mientras que al número cuatro se le asigna un peso de 4, así al número catorce se le asignará un peso de 7. ¿Cuántos números de dos dígitos pesan 11?

Problema 5.

Los Magus vienen de un planeta llamado Mag. Para ingresar a su nave deben proporcionar una clave. Maguino la ha olvidado y pide ayuda a sus compañeros quienes le entregaron estas pistas:

Claves entregadas por Maguino a sus compañeros

9	5	8	3
4	7	9	1
3	1	2	9

Pistas devueltas por sus compañeros

☀	●	●	☀
☀	●	😊	☀
☀	☀	●	☀

Donde: 😊 significa que la cifra está en su lugar, ☀ significa que la cifra pertenece a la clave pero no está en su lugar y ● significa que la cifra no pertenece a la clave.
¿Cuál es la clave para ingresar a la nave?

Quinto Grado

Problema 1.

En una granja cada gallina pone 2 huevos cada tres días. Si 4 gallinas de la granja pusieron sus huevos el mismo día. ¿Cuántos días tardarán en poner dos docenas de huevos?

Problema 2.

Ernesto escribe en una hoja de papel los dígitos 2, 0, 1 y 3 en ese orden. Repite este proceso muchas veces formando el número

2013201320132013201320...

Se detiene justo cuando obtiene un número de 2013 cifras. Determine los últimos tres dígitos del número escrito por Ernesto.

Problema 3.

A Julio, quien es un gran matemático, le dieron el número secreto de su nueva tarjeta de crédito. Observó que dicho número cumplía las siguientes propiedades:

- Es un número de 4 dígitos.
- El número es múltiplo de 5.
- Ninguno de los dígitos es 0.
- El número es mayor que 1995.
- La suma de los cuatro dígitos es 9.

Determine el número secreto de la tarjeta de Julio.

Problema 4.

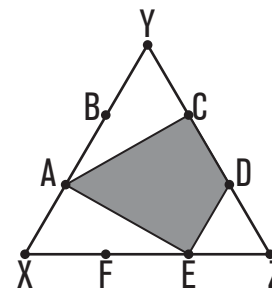
En el siguiente tablero cada letra representa un dígito

3	A	B	C	D	8	G	H	I
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Se sabe que la suma de cualesquiera tres dígitos consecutivos es 18. Encuentre el número escrito en el tablero.

Problema 5.

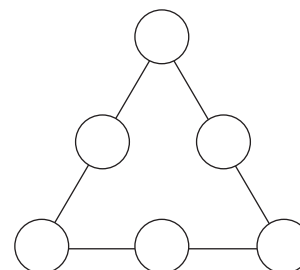
En un triángulo equilátero XYZ se dividen los lados en tres partes iguales. Llamemos a las divisiones A, B, C, D, E y F como se muestra en la figura. Determine el área de la figura sombreada, si el área del triángulo XYZ es 18 cm².



Sexto Grado

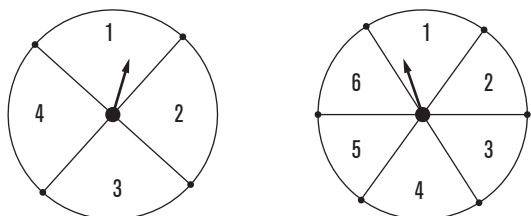
Problema 1.

En el siguiente tablero es posible colocar los números $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$ y 3, una sola vez, de tal forma que la suma de los números en cada lado del triángulo sea igual a $4\frac{1}{2}$. Determine la forma de colocar los números. Justifique la posición de cada número.



Problema 2.

Andrea y Hugo juegan con las ruletas mostradas: Andrea con la que está a la izquierda y Hugo con la que está a la derecha.



En su turno, cada jugador gira su aguja en el sentido de las manecillas del reloj tantos lugares como lo indique la ruleta del jugador contrario. Por ejemplo, si la aguja de Andrea apunta al 2 y la de Hugo apunta al 3 y es el turno de Andrea, entonces Andrea mueve su aguja 3 unidades llegando hasta el 1. Inicialmente ambas agujas apuntan al número 1. Si empieza Andrea y luego se van alternando los turnos, determine el número que indica la ruleta de Andrea después de 2013 turnos.

Problema 3.

David vive en un edificio de diez pisos. Cierto día va a buscarlo su amigo Juan, pero no recuerda el piso en el que vive David. Juan decide preguntar a algunos de los habitantes del edificio en qué piso vive su amigo. Las respuestas que obtuvo son las siguientes:

- Habitante del piso 1: El número del piso en el que vive David no es múltiplo de 3, ni es un cuadrado perfecto.
- Habitante del piso 2: David vive en un piso cuyo número es par.
- Habitante del piso 7: David vive más abajo de mi piso.
- Otro habitante: David vive en un piso cuyo número es primo.

Se sabe que uno y sólo uno de los habitantes mintió. Determine el número del piso en el cual vive David.

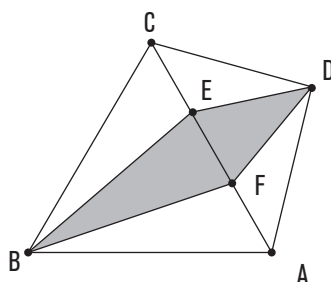
Problema 4.

Un condenado queda en libertad cuando alcance el final de una escalera de 100 escalones. Pero no puede avanzar a su antojo, puesto que está obligado a subir un solo escalón cada día de los meses impares y a bajar un escalón cada día de los meses pares. Comienza el 1 de enero de 2013. Determine la fecha en que el condenado obtendrá su libertad.

Nota: Recuerde que en un año bisiesto febrero tiene 29 días. Un año es bisiesto si es múltiplo de 4, pero no de 100 o si es múltiplo de 400.

Problema 5.

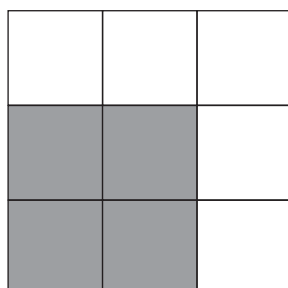
Se sabe que el cuadrilátero ABCD tiene 6 cm^2 de área; además, los segmentos CE, EF y FA tienen la misma longitud. Determine el área de la región sombreada.



Séptimo Grado

Problema 1.

En el tablero que se muestra es posible encontrar 14 cuadrados. Suponiendo que la suma de los perímetros de todos ellos es 1120 cm, calcule el área del cuadrado sombreado.



Problema 2.

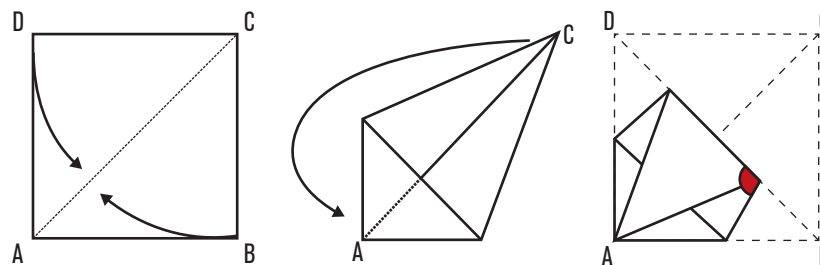
Carlos y Pedro juegan de la siguiente manera:

- Carlos piensa un número impar positivo menor que 100.
- Pedro debe descubrir el número pensado por Carlos, haciendo la siguiente pregunta: "¿El número que has pensado es mayor, menor o igual a x ?", donde x es un número que Pedro escoge.

Determine la cantidad mínima de preguntas que Pedro debe hacer para garantizar que descubre el número pensado por Carlos sin importar cual ha sido este número.

Problema 3.

Con una pieza cuadrada de papel se forma un pentágono de la siguiente manera: primero los lados BC y DC se hacen coincidir con la diagonal AC. Luego la figura formada se dobla de tal forma que los vértices C y A coincidan, como se muestra en la figura. Determine la medida del ángulo marcado en la figura.



Problema 4.

Daniél llena una taza con chocolate y leche en partes iguales, lo mezcla y bebe la cuarta parte, como no se encuentra a su gusto rellena la taza con leche, lo mezcla y bebe la cuarta parte. Como no le sigue gustando rellena otra vez la taza con leche, lo mezcla y lo prueba, encontrando la bebida a su gusto. Determine la proporción chocolate/leche que le gusta a Daniel.

Problema 5.

A continuación se muestra la tabla de resultados parciales de un campeonato de fútbol, en el cual participan los equipos A, B, C, D, E y F. Se sabe que cada equipo enfrentará a cada uno de los demás una única vez. En cada partido, el equipo que gana obtiene 2 puntos, el que pierde 0 puntos y si empatan, cada equipo obtiene 1 punto. Determine los partidos que se han jugado hasta la fecha y el resultado de cada uno de ellos.

	Partidos Jugados	Partidos Ganados	Partidos Perdidos	Partidos Empatados	Goles a Favor	Goles en Contra	Puntos
A			1	0		6	2
B	1				7	2	
C	2		1	1			
D				0	4	0	4
E					3	3	1
F	2				3	6	

Octavo Grado

Problema 1.

Un terreno ABCD tiene forma de trapecio rectángulo, en dicho terreno el ángulo en A es recto. Se sabe que el lado AB mide 30 m, el lado AD mide 20 m y el lado DC mide 45 m. Este terreno se debe dividir en dos terrenos de igual área trazando un cerco paralelo al lado AD. Determine a qué distancia del lado AD debe trazarse dicho cerco.

Problema 2.

Determine la cantidad de números naturales de tres cifras que tienen la propiedad que al sumar la cifra de las unidades con la cifra de las centenas, se obtiene el doble de la cifra de las decenas.

Problema 3.

Sobre una mesa de billar de 2 m de ancho y 6 m de largo, se lanza una bola desde el punto medio del lado mayor que parte formando un ángulo de 45° con el lado. Suponga que la bola se detiene justo en el rebote 2013 y que cada rebote forma un ángulo de 45° con el borde de la mesa. Determine a qué distancia del punto de partida se encuentra la bola en el rebote 2013.



XIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA 2013



Problema 4.

Sobre una mesa hay 2013 fichas bicolores, con un lado azul y el otro blanco. Inicialmente todas las fichas tienen el lado azul hacia arriba. Un movimiento consiste en escoger cualesquiera 5 fichas y voltearlas. Determine el número mínimo de movimientos que son necesarios para tener todas las fichas con el lado blanco hacia arriba.

Problema 5.

En la cámara de diputados de la República de Tierra Media, los diputados se pueden distinguir según su partido: los del partido blanco, los del partido negro y los del partido verde. Es una costumbre que al inicio de cada sesión los diputados saluden a sus colegas según su preferencia. Los diputados del partido blanco no saludan a los diputados del partido negro y viceversa, pero los del partido verde saludan tanto a los del partido blanco como a los del partido negro. Además, los diputados de cada partido se saludan entre sí. Si se sabe que en la cámara hay 63 diputados, 28 de los cuales son del partido negro, 21 son del partido blanco y 14 del partido verde. Determine el número de saludos que habrá al inicio de cada sesión.

Noveno Grado

Problema 1.

Se tienen tres cubos rojos y tres cubos verdes, cuyas aristas miden un número entero de centímetros. Se sabe que los cubos de un mismo color son iguales entre sí y que los cubos verdes son más pequeños que los cubos rojos. El volumen total de los seis cubos es igual a 840 cm^3 . Si se hace una torre con los seis cubos la altura es de 30 cm. Determine las dimensiones de cada cubo.

Problema 2.

En el rectángulo ABCD, con $AB = CD = 8$ y $BC = AD = 6$, M es el punto medio de la diagonal BD. Sean E y F puntos sobre los segmentos AB y DC, respectivamente, tales que $EB = MB$ y $DM = DF$. Se traza la recta EF que corta a la prolongación de BC en el punto G. Encuentre la longitud del segmento DG.

Problema 3.

Diego le asignó un número cardinal diferente a cada letra del abecedario para definir un código de escritura. Luego escribió algunas palabras y cambió las letras por los números que le había asignado a cada letra y obtuvo lo siguiente:

ROTO = 194244
TENUE = 2425252
POTENTE = 14424252242
HIPOTENUSA = 13314424252591

Determine la forma de escribir la palabra SUSTENTAR usando el código definido por Diego.

Problema 4.

Dentro de una caja se encuentran 250 bolitas azules y 220 bolitas rojas. Fuera de la caja hay muchas bolitas con esos mismos dos colores. Una movida consiste en retirar o agregar una bolita a la caja. Determine la menor cantidad de movidas necesarias para que la razón entre la cantidad de bolitas azules y la cantidad de bolitas rojas dentro de la caja sea igual a $4/3$. Además, determine el número de bolitas de cada color que quedaron en la caja.

Problema 5.

En una escuela, 25 alumnos rindieron una prueba de 4 ejercicios. Cada ejercicio vale 2.5 puntos. Sobre la prueba se tiene la siguiente información:

- 22 alumnos resolvieron correctamente el ejercicio uno.
- 20 alumnos resolvieron correctamente el ejercicio dos.
- 18 alumnos resolvieron correctamente el ejercicio tres.
- 16 alumnos resolvieron correctamente el ejercicio cuatro.

Explique si es posible que ningún alumno tenga nota 10.

Primer Año de Bachillerato

Problema 1.

Determine el dígito de las unidades del número que resulta al efectuar la siguiente suma:

$$2013^1 + 2013^2 + 2013^3 + \dots + 2013^{2012} + 2013^{2013}$$

Problema 2.

Todo número real a puede ser escrito de forma única como $a = [a] + \{a\}$, en donde $[a]$ es un entero y $0 \leq \{a\} < 1$. Por ejemplo, si $a = 2.12$, entonces $[2.12] = 2$ y $\{2.12\} = 0.12$.

Dado que:

$$x + [y] + \{z\} = 4.2$$

$$y + [z] + \{x\} = 3.6$$

$$z + [x] + \{y\} = 2.0$$

determine el valor de $x - y + z$.

Problema 3.

Determine todos los pares de enteros positivos (x, y) tales que

$$2(x+y) + xy = x^2 + y^2.$$

Problema 4.

Considere el siguiente arreglo de puntos sobre el tablero de la figura.

•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•

Determine el número de formas en que se pueden seleccionar tres de esos puntos, para que sean los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos sean paralelos a los lados del tablero.

Problema 5.

En un triángulo acutángulo ABC, el ángulo en A mide 30° . Sean D y E los pies de las alturas trazadas por B y C, respectivamente. Sean F y G los puntos medios de los lados AC y AB, respectivamente. Demuestre que los segmentos DG y EF son perpendiculares.

“HACIA LA LIBERTAD POR LA CULTURA”